А. Г. Мерзляк
В. Б. Полонский
М. С. Якир

6 класс

Математика

УДК 373.167.1:51+51(075.3)
ББК 22.1я72
М52

Под редакцией профессора кафедры математического анализа
механико-математического факультета МГУ им. М. В. Ломоносова,
доктора физико-математических наук В. Е. Подольского

Издание выходит в pdf-формате.

Мерзляк, Аркадий Григорьевич.
М52 Математика. 6 класс : учебник : издание в pdf-формате / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир ; под ред. В. Е. Подольского. — 8-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2022. — 334, [2] с. : ил.
ISBN 978-5-09-101220-0 (электр. изд.). — Текст : электронный.
ISBN 978-5-09-088563-8 (печ. изд.).

Учебник предназначен для изучения математики в 6 классе общеобразовательных организаций. В нём предусмотрена уровневая дифференциация, позволяющая формировать у школьников познавательный интерес к математике.

Учебник соответствует Федеральному государственному образовательному стандарту основного общего образования и включён в Федеральный перечень.

УДК 373.167.1:51+51(075.3)
ББК 22.1я72

ISBN 978-5-09-101220-0 (электр. изд.)
ISBN 978-5-09-088563-8 (печ. изд.)

Глава 1. Делимость натуральных чисел

Изучив материал этой главы, вы узнаете, как, не выполняя деления, определить, делится ли данное натуральное число нацело на: 2, 3, 5, 9, 10.

Познакомитесь с простыми и составными числами, научитесь раскладывать натуральные числа на простые множители.

Вы узнаете, что называют наибольшим общим делителем и наименьшим общим кратным нескольких натуральных чисел.

§ 1. Делители и кратные

Остаток при делении числа 30 на 5 равен 0, так как $30 = 5 \cdot 6$. В этом случае говорят, что число 30 **делится нацело** на 5. Число 5 называют **делителем** числа 30, а число 30 — **кратным** числа 5.

Натуральное число *a* делится нацело на натуральное число *b*, если найдётся натуральное число *c* такое, что справедливо равенство $a = b \cdot c$.

Если натуральное число *a* делится нацело на натуральное число *b*, то число *a* называют кратным числа *b*, а число *b* — делителем числа *a*.

Числа 1, 2, 3, 6, 10, 15, 30 также являются делителями числа 30, а число 30 является кратным каждого из этих чисел.

Заметим, что число 30 не делится нацело, например, на число 7. Поэтому число 7 не является делителем числа 30, а число 30 не кратно числу 7.

Как лучше говорить: «Число *a* делится нацело на число *b*», «Число *b* является делителем числа *a*», «Число *a* кратно числу *b*», «Число *a* является кратным числа *b*»? Всё равно, любой выбор будет верным.

Легко записать все делители числа 6. Это числа 1, 2, 3 и 6. А можно ли перечислить все кратные числа 6? Числа $6 \cdot 1$, $6 \cdot 2$, $6 \cdot 3$, $6 \cdot 4$, $6 \cdot 5$ и т. д. кратны числу 6. Получается, что чисел, кратных числу 6, бесконечно много. Поэтому всех их перечислить нельзя.

Вообще, ***для любого натурального числа a каждое из чисел $a \cdot 1$, $a \cdot 2$, $a \cdot 3$, $a \cdot 4$, ... является кратным числа a.***

Наименьшим делителем любого натурального числа a является число 1, а наибольшим — само число a.

Среди чисел, кратных *a*, наибольшего нет, а наименьшее есть — это само число *a*.

Каждое из чисел 21 и 36 делится нацело на 3, и их сумма, число 57, также делится нацело на 3.

Вообще, *если каждое из чисел a и b делится нацело на число k, то и сумма $a + b$ также делится нацело на число k*. Рассмотрим пример.

Пусть каждое из чисел a и b не делится нацело на число k. Выскажем гипотезу: сумма $a + b$ тоже не делится нацело на число k. Заметим, что каждое из чисел 4 и 8 не делится нацело на 3. При этом их сумма, число 12, делится нацело на 3. Следовательно, приведённая гипотеза неверна. Пример, с помощью которого мы опровергли гипотезу, называют **контрпримером**.

Каждое из чисел 9 и 7 не делится нацело на 5, и их сумма, число 16, не делится нацело на 5.

Таким образом, *если ни число a, ни число b не делятся нацело на число k, то их сумма $a + b$ может делиться, а может и не делиться нацело на число k.*

Число 35 делится нацело на число 7, а число 17 на число 7 не делится нацело. Сумма 35 + 17 нацело на число 7 также не делится.

Вообще, *если число a делится нацело на число k и число b не делится нацело на число k, то сумма $a + b$ не делится нацело на число k.*

1. В каком случае число b: 1) является делителем числа a; 2) кратно числу a?

2. Какое число является делителем любого натурального числа?

3. Какое число является наибольшим делителем натурального числа a?

4. Какое число является наименьшим кратным натурального числа a?

5. Сколько существует кратных данного натурального числа a?

Решаем устно

1. Вычислите:

1) 0,6 + 0,4;	3) 0,6 – 0,4;	5) 0,6 · 4;	7) 6 : 4;
2) 0,6 + 0,04;	4) 0,6 – 0,04;	6) 0,6 · 0,4;	8) 0,6 : 4.

2. Чему равно частное при делении 54 на 9?

3. Чему равен делитель, если делимое равно 98, а частное — 7?

4. Чему равно делимое, если делитель равен 24, а частное — 5?

Упражнения

1. Верно ли утверждение:

1) число 6 является делителем числа 24;

2) число 6 кратно числу 24;
3) число 5 является делителем числа 51;
4) число 9 является делителем числа 99;
5) число 18 кратно числу 3;
6) число 28 кратно числу 8?

2. Какие из чисел 2, 3, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 30 являются:
1) делителями 24;
2) кратными 6;
3) делителями 20 и 24;
4) делителями 24 и кратными 4?

3. Чему равняется:
1) наибольший делитель числа 19 735;
2) наименьший делитель числа 19 735;
3) наименьшее кратное числа 19 735?

4. Запишите все делители числа:
1) 18; 2) 8; 3) 13; 4) 56.

5. Запишите все делители числа:
1) 30; 2) 12; 3) 23; 4) 72.

6. Запишите пять чисел, кратных числу:
1) 7; 2) 30; 3) 100; 4) 34.

7. Запишите четыре числа, кратных числу:
1) 16; 2) 12; 3) 150; 4) 47.

8. Из чисел 28, 36, 48, 64, 92, 100, 108, 110 выпишите те, которые:
1) кратны 4; 2) не кратны 6.

9. Известно, что сумма натуральных чисел a и b делится нацело на 5. Верно ли, что:
1) каждое из чисел a и b делится нацело на 5;
2) одно из чисел делится нацело на 5, а другое — нет?
Ответ проиллюстрируйте примерами.

10. Известно, что каждое из чисел a и b не делится нацело на 3. Верно ли, что их сумма также не делится нацело на 3?

11. Запишите все числа, являющиеся делителями каждого из чисел:
1) 15 и 20; 2) 7 и 21; 3) 24 и 36; 4) 20 и 21.

12. Запишите все числа, являющиеся делителями каждого из чисел:
1) 12 и 18; 2) 60 и 90; 3) 22 и 35; 4) 9 и 27.

13. Запишите какое-либо число, кратное каждому из чисел:
1) 3 и 4; 2) 6 и 12; 3) 4 и 6.

14. Запишите какое-либо число, кратное каждому из чисел:
1) 5 и 9; 2) 8 и 32; 3) 8 и 12.

15. Запишите:
1) все двузначные числа, кратные 19;
2) все трёхзначные числа, кратные 105.

16. Запишите все двузначные числа, кратные 23.

17. Запишите все значения x, кратные числу 4, при которых верно неравенство $18 < x < 36$.

18. Запишите все значения x, кратные числу 6, при которых верно неравенство $25 < x < 60$.

19. Запишите все значения x, являющиеся делителями числа 80, при которых верно неравенство $7 < x < 40$.

20. Запишите все значения x, являющиеся делителями числа 98, при которых верно неравенство $14 < x < 50$.

21. Найдите число, кратное числам 9 и 11, которое больше 100. Сколько существует таких чисел?

22. Найдите число, кратное числам 9 и 12, которое меньше 100. Сколько существует таких чисел?

23. Верно ли утверждение:
1) если число a кратно 6, то оно кратно 3;
2) если число a кратно 3, то оно кратно 6;
3) если число a кратно числам 3 и 4, то оно кратно 12;
4) если число a кратно числам 4 и 6, то оно кратно 24?
Ответ проиллюстрируйте примерами.

24. Найдите три натуральных числа, для которых кратным будет число: 1) 65; 2) 121. Укажите все варианты выбора таких трёх чисел.

25. При делении числа a на 7 получили остаток 4. Какому условию должно удовлетворять число b, чтобы сумма $a + b$ была кратна 7?

26. При делении числа a на 9 получили остаток 5. Какому условию должно удовлетворять число b, чтобы разность $a - b$ была кратна 9?

27. При каких натуральных значениях n значение выражения $15n$ кратно числу: 1) 3; 2) 5; 3) 10; 4) 11?

28. При каких натуральных значениях n значение выражения:
1) $3n + 2$ кратно числу 2;
2) $4n + 3$ кратно числу 3?

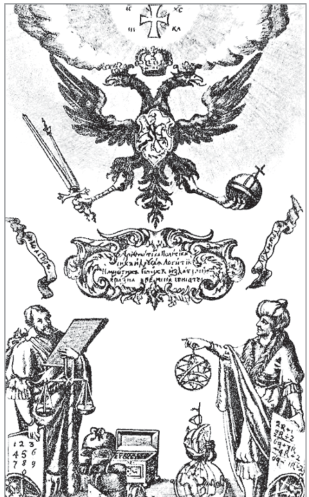
29. Докажите, что:
1) двузначное число, записанное двумя одинаковыми цифрами, кратно 11;
2) трёхзначное число, записанное тремя одинаковыми цифрами, кратно 37.

30. К однозначному числу дописали одну цифру, в результате чего оно увеличилось в 41 раз. Какую цифру и к какому числу дописали?

31. В двузначном числе зачеркнули одну цифру, в результате чего оно уменьшилось в 17 раз. Какую цифру и в каком числе зачеркнули?

Упражнения для повторения

32. Первая на Руси школа, как написано в «Повести временны́х лет», была открыта в Киеве в 988 г. при князе Владимире Святославиче. В 1701 г. указом императора Петра I была создана первая в России государственная светская школа — Школа математических и навигацких наук, или, как чаще её называли, Навигацкая школа. Первоначально школу возглавил боярин Фёдор Головин, а затем — выдающийся русский математик-педагог Леонтий Филиппович Магницкий (1669–1739), проработавший в школе 38 лет — со дня её открытия в 1701 г. до последних дней своей жизни. Перу Л.Ф. Магницкого принадлежал первый изданный в России в 1703 г. учебник по математике, на долгие годы ставший основным учебником российских школ. В Навигацкой школе обучали чтению, письму, арифметике, геометрии, тригонометрии, черчению, географии, астрономии, навигации и другим предметам. Через сколько лет после открытия первой на Руси школы была открыта Навигацкая школа? На сколько лет ваша школа «младше» Навигацкой школы?



«Арифметика».
Л.Ф. Магницкий

33. Упростите выражение и вычислите его значение:
1) $0{,}2a \cdot 50b$, если $a = 4$, $b = 3{,}6$; 2) $0{,}4x \cdot 25y$, если $x = 2{,}4$, $y = 3$.

34. Решите уравнение:
1) $2{,}48x + 3{,}52x = 1{,}26$; 2) $4{,}63x + 3{,}37x = 1{,}92$.

35. В столовую завезли 146 кг овощей: 6 ящиков помидоров и 8 ящиков огурцов. Найдите, сколько килограммов огурцов было в каждом ящике, если помидоров в каждом ящике было 7,8 кг, а масса огурцов во всех ящиках одинакова.

Готовимся к изучению новой темы

36. Запишите в виде суммы разрядных слагаемых число:
1) 278; 2) 5 093.

37. Выполните деление с остатком:
1) 429 : 2; 3) 768 : 10; 5) 134 : 5;
2) 5 001 : 2; 4) 9 123 : 10; 6) 2 867 : 5.

38. Выразите делимое через неполное частное, делитель и остаток в виде равенства $a = bq + r$, где a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, r — остаток:
1) 83 : 7; 2) 171 : 17.

Задача от мудрой совы

39. Сложите из шести спичек четыре равносторонних треугольника со стороной, равной длине одной спички.

§ 2. Признаки делимости на 10, на 5 и на 2

Последняя цифра каждого из чисел 90, 210, 1 400 равна нулю. Все эти числа делятся нацело на 10. Действительно, каждое из них можно представить в виде произведения двух натуральных чисел, одно из которых равно 10. Имеем: $90 = 9 \cdot 10$, $210 = 21 \cdot 10$, $1\,400 = 140 \cdot 10$.

Последняя цифра числа 187 не равна нулю. Это число не делится нацело на 10. Действительно, можно записать: $187 = 180 + 7$. Число 187 мы представили в виде суммы двух слагаемых, одно из которых делится нацело на 10, а другое — не делится. Из правила, сформулированного в предыдущем параграфе, следует, что такая сумма не делится нацело на 10.

Приведённые примеры иллюстрируют, как по записи натурального числа можно установить, делится оно нацело на 10 или нет.

Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0, то это число делится нацело на 10.

Если запись натурального числа оканчивается любой цифрой, отличной от 0, то это число не делится нацело на 10.

Эти два утверждения называют **признаком делимости** на 10.

Найдём неполное частное и остаток при делении некоторых натуральных чисел на 10.

Имеем: $173 = 170 + 3 = 10 \cdot 17 + 3$; $4\,258 = 4\,250 + 8 = 10 \cdot 425 + 8$; $20\,005 = 10 \cdot 2\,000 + 5$.

Эти примеры иллюстрируют следующее: *если натуральное число разделить на 10, то остаток будет равен числу, записанному последней цифрой этого числа.*

С помощью последней цифры числа устанавливают и другие признаки делимости.

Числа 2, 14, 26, 58 делятся нацело на 2. Натуральные числа, которые нацело делятся на 2, называют **чётными**.

Натуральные числа, которые не делятся нацело на 2, называют **нечётными**. Например, числа 3, 5, 17, 349, 10 001 — нечётные.

Цифры 0, 2, 4, 6, 8 называют **чётными**, а цифры 1, 3, 5, 7, 9 — **нечётными**.

А как, не выполняя деления, установить чётность числа? И здесь помогает признак делимости.

Если запись натурального числа оканчивается чётной цифрой, то это число делится нацело на 2.

Если запись натурального числа оканчивается нечётной цифрой, то это число не делится нацело на 2.

Отметим, что все нечётные числа при делении на 2 дают в остатке 1. Например, $53 = 2 \cdot 26 + 1$, $121 = 2 \cdot 60 + 1$.

Заметим, что если чётное число умножить на 5, то получится число, последняя цифра которого равна 0. Например, $2 \cdot 5 = 10$, $16 \cdot 5 = 80$, $28 \cdot 5 = 140$. Если же нечётное число умножить на 5, то последняя цифра полученного произведения будет равна 5. Например, $3 \cdot 5 = 15$, $17 \cdot 5 = 85$, $29 \cdot 5 = 145$.

Итак, последней цифрой числа $n \cdot 5$, где n — любое натуральное число, является 0 или 5. Также верно утверждение: если натуральное число оканчивается цифрой 0 или 5, то его можно представить в виде произведения двух натуральных чисел, одно из которых равно 5, т. е. представить в виде $n \cdot 5$, где n — некоторое натуральное число. Например, $15 = 3 \cdot 5$, $120 = 24 \cdot 5$.

Теперь понятно, как среди натуральных чисел распознавать те, которые кратны 5.

Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0 или 5, то это число делится нацело на 5.

Если запись натурального числа оканчивается любой цифрой, отличной от 0 или 5, то это число не делится нацело на 5.

Например, числа 15, 35, 70, 3 580, 11 445 делятся нацело на 5, а числа 17, 24, 5 553, 172 802 нацело на 5 не делятся.

1. Какой цифрой должна оканчиваться запись натурального числа, чтобы оно делилось нацело на 10?
2. Какие числа называют чётными? Нечётными?
3. Какие цифры называют чётными? Нечётными?

4. Как по записи натурального числа установить, делится оно нацело на 2 или нет?

5. Как по записи натурального числа установить, делится оно нацело на 5 или нет?

Решаем устно

1. Верно ли утверждение:
1) число 17 является делителем числа 34;
2) число 5 является делителем числа 35;
3) число 45 является кратным числа 10;
4) число 17 кратно числу 2?

2. Назовите четыре натуральных числа, для которых делителем является число: 1) 2; 2) 7.

3. Назовите четыре натуральных числа, кратных числу: 1) 5; 2) 11.

4. Назовите в порядке возрастания все делители числа: 1) 6; 2) 14; 3) 40; 4) 9; 5) 7.

Упражнения

40. Заполните таблицу (поставьте знак «+» в случае утвердительного ответа или знак «–» в ином случае).

Число	24	53	60	78	79	96	142	241	495	7 207
Чётное число										

41. Из чисел 34, 467, 435, 860, 648, 5 465, 8 216, 2 405, 1 020, 246 370 выпишите те, которые делятся нацело: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10.

42. Какие из чисел 68, 395, 760, 943, 1 270, 2 625, 9 042, 7 121, 1 734:
1) не делятся нацело на 2;
2) кратны 10;
3) делятся нацело на 5, но не делятся нацело на 10?

43. Верно ли утверждение:
1) сумма двух чётных чисел является чётным числом;
2) сумма двух нечётных чисел является нечётным числом;
3) сумма чётного и нечётного чисел является нечётным числом;
4) если сумма двух чисел является чётным числом, то и слагаемые — чётные числа;

5) произведение двух чётных чисел является чётным числом;
6) произведение двух нечётных чисел является нечётным числом;
7) произведение чётного и нечётного чисел является нечётным числом?

44. Запишите все нечётные значения x, при которых верно неравенство:
1) $273 < x < 290$; 2) $2\,725 < x < 2\,737$.

45. Запишите все чётные значения x, при которых верно неравенство:
1) $134 < x < 160$; 2) $489 < x < 502$.

46. Найдите все значения x, кратные числу 5, при которых верно неравенство:
1) $38 < x < 75$; 2) $3\,720 < x < 3\,754$.

47. Найдите все значения x, кратные числу 10, при которых верно неравенство:
1) $279 < x < 320$; 2) $1\,465 < x < 1\,510$.

48. Запишите все четырёхзначные числа, кратные числу 5, для записи которых используют цифры 0, 3, 5, 7 (цифры не могут повторяться).

49. Найдите все цифры, которые можно дописать справа к числу 793, чтобы получить число, кратное: 1) 2; 2) 5; 3) 10 (можно дописывать только одну цифру).

50. Запишите наибольшее:
1) четырёхзначное число, кратное 2;
2) пятизначное число, кратное 5;
3) шестизначное число, кратное 10.
Цифры в записи числа не могут повторяться.

51. 1) Запишите шесть первых натуральных чисел, кратных 100. Обратите внимание на две последние цифры этих чисел. Сформулируйте признак делимости на 100.
2) Запишите восемь первых натуральных чисел, кратных 25. Обратите внимание на две последние цифры этих чисел. Сформулируйте признак делимости на 25.

52. Найдите наибольшее двузначное число x, при котором значение выражения $x - 32$ делится нацело на 5.

53. Найдите наименьшее трёхзначное число y, при котором значение выражения $327 + y$ является числом, кратным 10.

54. Может ли число, в записи которого все цифры равны 1, делиться нацело на число, в записи которого все цифры равны 2?

55. Может ли число, в записи которого все цифры равны 2, делиться нацело на число, в записи которого все цифры равны: 1) 1; 2) 5?

56. 1) Сумма двух натуральных чисел является нечётным числом. Чётным или нечётным числом будет их произведение?
2) Сумма двух натуральных чисел является чётным числом. Обязательно ли их произведение будет чётным числом?

57. Чётной или нечётной будет сумма семи натуральных чисел, если: 1) четыре слагаемых чётные, а остальные — нечётные; 2) четыре слагаемых нечётные, а остальные — чётные?

58. Сумма девяти натуральных чисел равна 1 000. Можно ли утверждать, что их произведение — чётное число? Ответ объясните.

59. Можно ли разложить 50 яблок на пять кучек, в каждой из которых нечётное количество яблок? Ответ объясните.

60. Существует ли прямоугольник, длины сторон которого выражены натуральными числами в сантиметрах, причём одна из них на 1 см длиннее другой, и площадь которого равна 12 345 см^2?

61. Известно, что n — натуральное число. Является ли чётным числом значение выражения:

1) $2n$;
2) $2n + 1$;
3) $n(n + 1)$;
4) $(2n - 1)(2n + 3)$;
5) $(2n + 5)(4n - 2)(2n + 7)$?

62. В школе работают два ночных охранника — Иван Иванович и Пётр Петрович. Они дежурят по очереди с вечера до утра следующего дня. Иван Иванович заступил на дежурство 1 сентября, а Пётр Петрович — 2 сентября. Кто из них заступит на дежурство 18 сентября? 29 сентября? 1 октября? 30 октября? 31 октября? По каким числам — чётным или нечётным — будет дежурить Иван Иванович в ноябре? Кто из них будет дежурить в ночь на Новый год?

63. Верно ли, что из любых трёх натуральных чисел всегда найдутся два таких, сумма которых делится нацело на 2?

64. Сколькими нулями оканчивается запись числа, которое равно произведению:

1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 15 \cdot 16$;
2) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 25 \cdot 26$?

65. Сумма двух натуральных чисел равна 700. Первое из них оканчивается цифрой 7. Если её зачеркнуть, то получим второе число. Найдите эти числа.

66. Сколько существует двузначных чисел, для записи которых использованы только: 1) чётные цифры; 2) нечётные цифры?

67. Можно ли в выражении $1 + 2 + 3 + \ldots + 8 + 9$ заменить некоторые знаки «+» на знаки «–» так, чтобы значение полученного числового выражения было равным 18?

Упражнения для повторения

68. Докажите, что:

1) 14 168 кратно 28;
2) 1 878 не кратно 24;
3) 73 является делителем 14 892;
4) 56 не является делителем 5 172.

69. По состоянию на 2015 г. в России было 116 естественнонаучных музеев и музеев науки, техники и отраслей народного хозяйства. Сколько музеев каждого из этих двух видов, если музеев науки, техники и отраслей народного хозяйства в 3 раза меньше, чем естественнонаучных музеев?

70. По состоянию на 2015 г. в России было 152 государственных природных заповедника и национальных парка. Сколько в России природных заповедников и сколько национальных парков, если заповедников на 58 больше, чем парков?

71. Выполните действия:

1) (69 · 0,63 – 10,098 : 5,4 – 20,54) : 0,324;

2) 0,98 · 3,8 – 0,132 : 5,5 – 2,45.

Задача от мудрой совы

72. В клетках таблицы размером 3 × 3 стоят нули. Разрешается выбрать любой квадрат размером 2 × 2 клетки и увеличить числа во всех его клетках на единицу. Можно ли после нескольких таких операций получить таблицу, изображённую на рисунке 1?

Рис. 1

4	6	5
7	18	9
6	10	7

§ 3. Признаки делимости на 9 и на 3

Выполнив деление, можно убедиться, что каждое из чисел 108, 4 869, 98 802 делится нацело на 9. А существует ли другой, более быстрый способ убедиться в этом?

Иными словами, существует ли признак делимости на 9? Да, он есть.

Отметим, что сумма цифр каждого из этих трёх чисел кратна 9. А вот, например, ни сами числа 124, 533, 7 253, ни суммы их цифр, соответственно равные 7, 11, 17, не кратны 9. И это не случайно.

Если сумма цифр числа делится нацело на 9, то и само число делится нацело на 9.

Если сумма цифр числа не делится нацело на 9, то и само число не делится нацело на 9.

Аналогично можно определить, делится ли число нацело на 3.

Если сумма цифр числа делится нацело на 3, то и само число делится нацело на 3.

Если сумма цифр числа не делится нацело на 3, то и само число не делится нацело на 3.

Например, число 7 854 делится нацело на 3, так как сумма его цифр, равная 24, делится нацело на 3. Число 3 749 не делится нацело на 3, так как сумма его цифр, равная 23, не делится нацело на 3.

1. Как узнать, делится ли число нацело на 9?

2. Как по записи натурального числа определить, кратно оно 3 или нет?

Решаем устно

1. Буквой n обозначили некоторое чётное число. Чётным или нечётным является число: 1) $n + 1$; 2) $n + 2$?

2. Какой цифрой оканчивается произведение:
1) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$; 2) $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 13$?

3. Какие из чисел 184, 162, 243, 145, 210, 144, 153, 105, 230, 201 делятся нацело: 1) на 2; 2) на 5; 3) на 10; 4) на 3; 5) на 9?

4. Какое из чисел 2 045, 4 750, 7 254, 6 225 делится нацело на 3, но не делится на 2?

5. Какую из цифр 5, 8, 2, 1 надо поставить вместо звёздочки, чтобы число 5 6*5 было кратным 9?

6. Сколько существует двузначных чисел, кратных числу: 1) 5; 2) 9?

Упражнения

73. Заполните таблицу (поставьте знак «+» в случае утвердительного ответа или знак «–» в ином случае).

Число	7 263	4 681	2 743	6 885	7 227	6 350	7 920
Кратно 9							

74. Заполните таблицу (поставьте знак «+» в случае утвердительного ответа или знак «–» в ином случае).

Число	1 356	4 813	9 075	3 272	6 390	15 684	53 206
Кратно 3							

75. Из чисел 8 937, 6 585, 37 828, 44 292, 9 462, 58 395, 23 646 выпишите те, которые делятся нацело: 1) на 3; 2) на 9; 3) на 3 и на 2.

76. Из чисел 7 826, 1 215, 4 075, 2 880, 3 921, 9 319, 6 072, 8 142 выпишите те, которые делятся нацело: 1) на 3; 2) на 9; 3) на 9 и на 5.

77. Найдите все значения y, кратные:
1) числу 3, при которых верно неравенство $143 < y < 162$;
2) числу 9, при которых верно неравенство $92 < y < 128$.

78. Найдите все значения m, кратные:
1) числу 3, при которых верно неравенство $324 < m < 345$;
2) числу 9, при которых верно неравенство $423 < m < 480$.

79. Вместо звёздочки поставьте такую цифру, чтобы получилось число, кратное 3 (рассмотрите все возможные случаи):
1) 54 84*; 2) 3*6 393; 3) 7 9*8.

80. Вместо звёздочки поставьте такую цифру, чтобы получилось число, кратное 9 (рассмотрите все возможные случаи):
1) 62 8*1; 2) 57* 582; 3) 7 *51.

81. Запишите:
1) наименьшее число, для записи которого используется только цифра 2 и которое делится нацело на 3;
2) наименьшее трёхзначное число, которое делится нацело на 9.

82. Какую цифру можно поставить вместо звёздочки в записи 6 27*, чтобы полученное число делилось нацело и на 3, и на 5?

83. Какую цифру можно поставить вместо звёздочки в записи 21 85*, чтобы полученное число делилось нацело на 3, но не делилось нацело на 2?

84. Какую цифру можно поставить вместо звёздочки в записи 3 47*, чтобы полученное число делилось нацело и на 2, и на 3?

85. Запишите наименьшее:
1) четырёхзначное число, кратное 3;
2) пятизначное число, кратное 9;
3) шестизначное число, кратное 3 и 2;
4) четырёхзначное число, кратное 5 и 9.
Цифры в записи числа не могут повторяться.

86. Запишите наибольшее четырёхзначное число, которое делится нацело:
1) на 2 и на 3; 3) на 3 и на 10;
2) на 3 и на 5; 4) на 2 и на 9.

87. Какое наименьшее число надо прибавить к данному, чтобы получить число, кратное 9:
1) 1 275; 3) 25 718; 5) 10 203 040;
2) 3 333; 4) 987 652; 6) 19 191 919 191?

88. Запишите, используя по одному разу каждую из цифр 0, 1, 4, 7, наибольшее и наименьшее четырёхзначные числа, кратные 15.

89. К числу 15 допишите слева и справа по одной цифре так, чтобы получившееся число было кратно 15. Сколько решений имеет задача?

90. К числу 34 припишите слева и справа по одной цифре так, чтобы получившееся число было кратно 45. Сколько решений имеет задача?

91. Вместо звёздочек поставьте такие цифры, чтобы четырёхзначное число $*\,74*$ делилось нацело на 18. Найдите все решения.

92. Вместо звёздочек поставьте такие цифры, чтобы четырёхзначное число $3\,{*}4{*}$ делилось нацело на 9. Найдите все решения.

93. Папа Карло купил три пакета кефира, пачку масла за 45 сольдо, несколько буханок хлеба по 24 сольдо, шесть коробков спичек. Может ли вся покупка стоить 260 сольдо?

94. Сначала вычислили сумму цифр числа, равного произведению $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 999 \cdot 1\,000$. Потом вычислили сумму цифр полученного числа. Так поступали до тех пор, пока не получили однозначное число. Что это за число?

95. Рома и Дима записывают девятнадцатизначное число, используя только цифры 1, 2 и 4. Первую цифру пишет Рома, вторую — Дима, третью — снова Рома и так далее по очереди. Рома хочет получить в результате число, кратное 3. Может ли Дима помешать ему это сделать?

Упражнения для повторения

96. Как изменится — увеличится или уменьшится — и на сколько девятизначное число, последняя цифра которого 0, а предпоследняя — 5, если эти две цифры поменять местами?

97. Река Иртыш на 598 км длиннее реки Оби. Найдите длину каждой из этих рек, если их общая длина равна 7 898 км.

98. По маршруту Орёл — Тула — Москва выехал автомобиль. Какое расстояние между Орлом и Тулой, если оно на 5 км больше расстояния между Тулой и Москвой, а длина всего маршрута составляет 345 км?

99. Вычислите:

1) $6{,}29 : 0{,}85 + (53 - 48{,}184) : 5{,}6$;

2) $5{,}33 : 0{,}65 - (1{,}9218 - 0{,}8118) : 3$.

Готовимся к изучению новой темы

100. Упростите выражение, заменив произведение одинаковых множителей степенью:
1) $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7$; 3) $a \cdot a \cdot a \cdot a$;
2) $10 \cdot 10 \cdot 10$; 4) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$.

101. Найдите значение выражения:
1) 2^5; 3) $0{,}6^2$; 5) $1{,}5^4$; 7) 0^6;
2) 7^2; 4) $0{,}5^3$; 6) $1{,}2^3$; 8) 1^{12}.

102. Запишите число 64 в виде степени с основанием: 1) 8; 2) 4; 3) 2.

Задача от мудрой совы

103. В чемпионате страны по футболу принимают участие 16 команд, каждая из которых имеет свой стадион. Все команды должны сыграть между собой, причём в каждом туре проводятся 8 игр. Можно ли составить расписание туров так, чтобы каждая команда по очереди играла на своём стадионе и на стадионе соперника?

Когда сделаны уроки

Делится или не делится?

Вы уже знаете признаки делимости на 2, на 3, на 5, на 9 и на 10. Возникает естественный вопрос: существуют ли признаки делимости, например, на 4, на 6, на 7, на 8, на 11 и т. д.? Такие признаки существуют. Рассмотрим некоторые из них.

Легко установить признак делимости на 6. Поскольку $6 = 2 \cdot 3$, то к делимому необходимо одновременно применить признаки делимости на 2 и на 3.

Аналогично можно получить признаки делимости на 15 ($15 = 3 \cdot 5$), на 18 ($18 = 2 \cdot 9$), на 30 ($30 = 3 \cdot 10$), на 45 ($45 = 5 \cdot 9$) и т. п. Признак делимости на 4 объясним на следующих примерах.

1) Рассмотрим число 524. Имеем: $524 = 5 \cdot 100 + 24$.

Каждое слагаемое суммы $5 \cdot 100 + 24$ делится нацело на 4, следовательно, и само число 524 делится нацело на 4.

2) Рассмотрим число 7 518. Имеем: $7\,518 = 75 \cdot 100 + 18$.

Здесь первое слагаемое суммы $75 \cdot 100 + 18$ делится нацело на 4, а второе — нет, следовательно, число 7 518 не делится нацело на 4.

Заметим, что любое натуральное число m можно представить в виде суммы:

$m = n \cdot 100 + a,$

где n – натуральное число или 0, a – однозначное или двузначное число либо 0.

Поскольку число 100 делится нацело на 4, то можно сделать такой вывод: *делимость данного числа на 4 зависит только от делимости на 4 числа, записанного его двумя последними цифрами*.

Чтобы выяснить, делится или не делится нацело число на 8, приведём такие примеры:

число $13\,006 = 13 \cdot 1\,000 + 6$ не делится нацело на 8;

число $25\,040 = 25 \cdot 1\,000 + 40$ делится нацело на 8;

число $5\,122 = 5 \cdot 1\,000 + 122$ не делится нацело на 8;

число $3\,624 = 3 \cdot 1\,000 + 624$ делится нацело на 8.

Поскольку число 1 000 делится нацело на 8, то *делимость данного числа на 8 зависит от делимости на 8 числа, записанного его тремя последними цифрами*.

Записывая число в виде суммы определённым способом, можно установить и другие признаки делимости.

Так, записав число в виде суммы разрядных слагаемых, можно обосновать признаки делимости на 9 и на 3.

Например, рассмотрим число 486, кратное 9. Запишем его в виде суммы разрядных слагаемых:

$486 = 4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6.$

Поскольку $100 = 99 + 1$ и $10 = 9 + 1$, то можем записать:

$4 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 6 = 4 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 6.$

Раскроем скобки и перегруппируем слагаемые:

$4 \cdot (99 + 1) + 8 \cdot (9 + 1) + 6 = 4 \cdot 99 + 4 + 8 \cdot 9 + 8 + 6 =$

$= (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6).$

Следовательно, $486 = (4 \cdot 99 + 8 \cdot 9) + (4 + 8 + 6).$

Сумма $4 \cdot 99 + 8 \cdot 9$, записанная в красных скобках, делится нацело на 9. В зелёных скобках записана сумма цифр числа 486. Она также делится нацело на 9. Тогда и само число 486 кратно 9.

Запишем аналогичным образом число 532. Имеем:

$532 = 5 \cdot 100 + 3 \cdot 10 + 2 = 5 \cdot (99 + 1) + 3 \cdot (9 + 1) + 2 =$

$= 5 \cdot 99 + 5 + 3 \cdot 9 + 3 + 2 = (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2).$

Следовательно, $532 = (5 \cdot 99 + 3 \cdot 9) + (5 + 3 + 2).$

Значение выражения, записанного в красных скобках, делится нацело на 9. А сумма цифр числа 532, записанная в зелёных скобках, на 9 не делится. Таким образом, число 532 не кратно 9.

Отметим, что признак делимости на 9 мы смогли получить благодаря тому, что любое натуральное число n можно представить в виде суммы по следующей схеме:

Оглавление